

给定方向图的圆形阵列综合方法

刘先省, 张连堂, 周 林

(河南大学计算机与信息工程学院, 河南开封 475001)

摘要: 本文对基于给定方向图的圆形阵列方向图综合方法进行了系统的分析和研究. 以给定方向图与被综合方向图之间的均方距离最小化为优化准则, 在无约束、零点约束以及波束扫描约束的情况下, 分别给出了相应最优激励向量的求解方法. 各种仿真结果表明, 这种方法对改善圆形阵列方向图的特性既简洁又有效.

关键词: 信息处理; 圆形阵列; 方向图; 综合

中图分类号: TN911. 7 **文献标识码:** A **文章编号:** 03722112 (2005) 02024204

Synthesis Method of Circular Array Based on Given Pattern

LIU Xianxing, ZHANG Liantang², ZHOU Lin

(School of Computer and Information Engineering, Henan University, Kaifeng, Henan 475001, China)

Abstract: On the basis of the given pattern, this paper systemically analyzes and researches synthesis method of circular array pattern. Regarding the minimum of the mean distance between given pattern and synthesized pattern as optimization rule, in the case of no constraint, zero constraint or beam scan constraint, one can respectively gain relevant optimum excitation vectors. Various simulation results show that, this method is simple and efficient on improving the character of circular array pattern.

Key words: information processing; circular array; pattern; synthesis

1 引言

圆形阵列比线性阵列具有许多方面的优点, 但是圆形阵列有一个非常致命的缺陷: 就是具有相对较高的副瓣电平(尤其是第一副瓣电平). 为了改善圆形阵列副瓣电平较高的方向图特性, 人们寻找着各种有效方法. 其中文献[1~3]利用数字傅立叶变换方法对圆形阵列方向图综合进行了研究, 本文在此基础上对基于傅立叶变换的各种综合方法进行分析, 给出不同约束下综合问题的统一描述形式, 然后进行了大量的数字仿真分析, 以说明这种方法对圆形阵列综合的有效性, 以及给定方向图特性对圆形阵列综合效果的影响.

2 问题的描述

半径为 R 的 N 个等间距各向同性阵元组成的圆形阵列. 阵元 n 与 x 轴形成方位角为 $\alpha_n = 2\pi n/N$. 在 xy 平面内远场阵列因子为:

$$P(\alpha, \mathbf{a}) = \sum_{n=1}^N a_n \exp[jR \cos(\alpha - \alpha_n)] \quad (1)$$

其中 $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_N)^T$ 是激励向量, a_n 是第 n 个阵元的激励,

$B = 2\pi/K$ 是波数, K 是波长.

(1) **无约束综合** 给定函数 $F_0(\alpha)$ 表示期望方向图, 求解激励向量 $\mathbf{a}_0 = (a_{01}, \dots, a_{0N})^T$, 使均方距离 $Q(\mathbf{a})$ 最小化, 其中

$$Q(\mathbf{a}) = \int_{-\pi}^{\pi} |F_0(\alpha) - P(\alpha, \mathbf{a})|^2 d\alpha \quad (2)$$

(2) **零点约束综合** 给定 $F_0(\alpha)$, 设 $\alpha_m (m = 1, \dots, M, M < N)$ 为第 m 个干扰的方位角, 求解激励向量 $\mathbf{a}_e = (a_{e1}, \dots, a_{eN})^T$, 使式(2)最小化, 同时满足零点约束:

$$P(\mathbf{a}_e)(\alpha_m) = 0, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

(3) **波束扫描下的零点约束综合** 给定 $F_0(\alpha)$ 和整数 L

$(1 \leq L \leq N)$, $F_r(\alpha) = F_0(\alpha - \frac{2\pi}{N}(r-1))$, 当 r 从 1 变到 L 时, 方向图 $F_r(\alpha)$ 在宽度为 $w = (L-1)2\pi/N$ 范围内非连续旋转, 相当于方向图波束扫描. 设 M 个干扰位于方向图 $F_1(\alpha), \dots, F_L(\alpha)$ 的主瓣带以外. 对每个 $r = 1, \dots, L$, 求解激励向量 $\mathbf{a}_e(r) = [a_{e1}(r), \dots, a_{eN}(r)]^T$, 使均方距离 $Q(\mathbf{a})$ 最小化, 同时满足式(3)的零点约束, 其中

$$Q(\mathbf{a}) = \sum_{r=1}^L \int_{-\pi}^{\pi} |F_r(\alpha) - P(\alpha, \mathbf{a})|^2 d\alpha \quad (4)$$

收稿日期: 20031226; 修回日期: 20040826

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60272024); 河南省高校杰出科研人才创新工程项目(No. 2003KYCX003); 河南省高校创新人才培养工程; 河南省自然科学基金(No. 0411010400)

3 方向图无约束综合

3.1 综合算法

式(1)中 N 个函数 f_n 在阵列方向图空间是一组非正交基, 其中 $f_n(\theta) = \exp[jR \cos(\theta - \theta_n)]$, $f(\theta) = [f_1(\theta), \dots, f_N(\theta)]^T$. 为将其变换成一组正交基, 则引入傅立叶变换. 即对向量 $a = (a_1, \dots, a_N)^T$ 和 $ac = (a^{(1)}, \dots, a^{(N)})^T$, 有:

$$a_n = \sum_{k=1}^N a^{(k)} \exp\left[j \frac{2P}{N} (k-1)(n-1)\right], \quad n = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$a^{(k)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n \exp\left[-j \frac{2P}{N} (k-1)(n-1)\right], \quad n = 1, \dots, N \quad (6)$$

将式(5)代入式(1), 得:

$$P(a)(\theta) = \sum_{k=1}^N a^{(k)} r_k(\theta) \quad (7)$$

其中

$$r_k(\theta) = \sum_{n=1}^N \exp[jR \cos(\theta - \theta_n)] \# \exp\left[j \frac{2P}{N} (k-1)(n-1)\right] \quad (8)$$

式(8)可表示为 $r(\theta) = F^{-1}\{f(\theta)\}$, 而 $r(\theta) = [r_1(\theta), \dots, r_N(\theta)]^T$, 而 N 个函数 r_n 在该空间形成一个正交基^[1].

将式(7)代入式(2)并利用正交性, 可得:

$$Q^2(a) = |F_0|^2 + \sum_{p=1}^N [a^{(p)} a^{(p)*} + r_p^2 - a^{(p)*} 3 F_0, r_p 4 - a^{(p)} 3 F_0, r_p 4^*]$$

为使 Q^2 最小化, 令 $9Q^2/9a^{(k)*} = 0, k = 1, \dots, N$, 则可以

求得:

$$a_0^{(k)} = \frac{\sum_{h=1}^N \exp\left[-j \frac{2P}{N} (k-1)(h-1)\right] \int_{\theta_p} F_0(\theta) \exp[-jR \cos(\theta - \theta_n)] d\theta}{2PN \sum_{h=1}^N J_0\left(2R \sin \frac{P(h-1)}{N}\right) \cos\left[\frac{2P}{N} (k-1)(h-1)\right]}, \quad k = 1, \dots, N \quad (9)$$

其中 J_0 是第一类零阶贝塞尔函数. 因此, 由式(5)可以求出最优激励向量 a_0 .

3.2 仿真分析

下面假设几种情况对上述算法进行仿真验证分析.

(1) $N=32, R=2K$, 给定期望方向图函数 $F_0(\theta)$ 是一个非负的实函数, 它关于 θ 线对称 (圆阵区间分为 $(-180^\circ, 180^\circ)$),

且满足: $|\theta| < 35^\circ, F_0(\theta) = 0; -35^\circ < \theta < -10^\circ, F_0(\theta) = \frac{1}{25}(\theta + 35); -10^\circ < \theta < 10^\circ, F_0(\theta) = 1; 10^\circ < \theta < 35^\circ, F_0(\theta) = -\frac{1}{25}(\theta - 35)$. 仿真结果如图 2 所示. 可以看出, 综合后圆阵方向图的第一副瓣非常接近 -40dB , 而没有综合的第一副瓣大约为 -8dB (如图 1 所示), 因此综合后副瓣电平降低非常明显.

(2) $N=32, R=2K$, 给定期望方向图函数 $F_0(\theta)$ 是一个非负的实函数, 它关于 θ 线对称, 且满足: $|\theta| < 20^\circ, F_0(\theta) = 0;$

$-20^\circ < \theta < 0^\circ, F_0(\theta) = \frac{1}{20}(\theta + 20); 0^\circ < \theta < 20^\circ, F_0(\theta) = -\frac{1}{20}(\theta - 20)$. 仿真结果如图 3 所示. 可以看出, 综合后圆阵方向图的第一副瓣电平与第一种情况大体相当, 但主波束却比第一种情况更窄一些 (因为所给定图形比第一种情况更瘦一

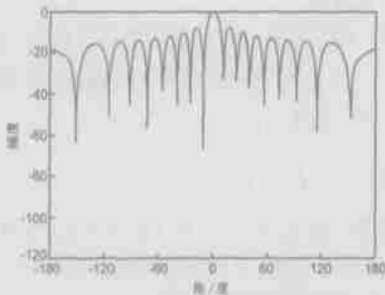


图 1 第(1)种条件仿真结果: 没有被综合的圆形阵列方向图

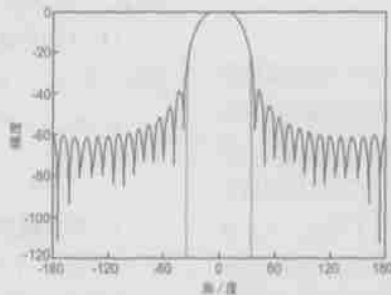


图 2 第(1)种条件仿真结果: ——表示被综合后的圆形阵列方向图; ——表示给定的期望方向图

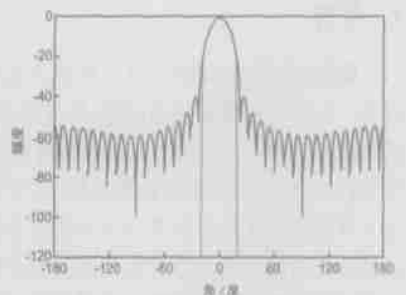


图 3 第(2)种条件仿真结果: ——表示被综合后的圆形阵列方向图; ——表示给定的期望方向图

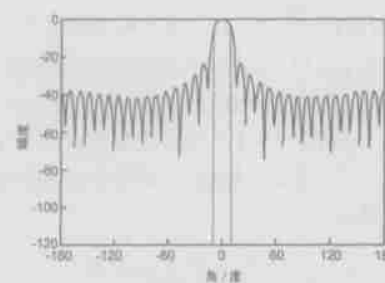


图 4 第(3)种条件仿真结果: ——表示被综合后的圆形阵列方向图; ——表示给定的期望方向图

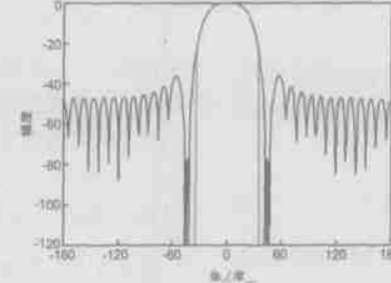


图 5 第(1)组条件仿真结果: ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图; ——表示给定的期望方向图

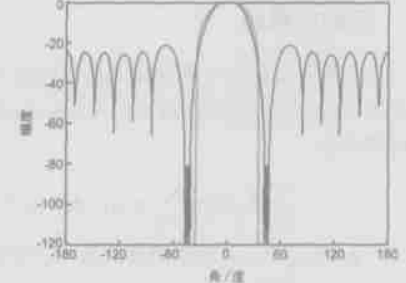


图 6 第(1)组条件中 $N=16, R=\lambda$ 时仿真结果: ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图; ——表示给定的期望方向图

些). 由于图 3 对应的 $F_0(\theta)$ 是一个关于纵轴对称的三角形, 顶点在 $(\theta=0, F_0=1)$, 而仿真计算(9)式中的积分时采用梯形法, 这就很难保证在 $F_0=1$ 点有采样, 而其它点的值又都小于 1, 因此综合后主波束最大值略低于 0dB.

(3) $N=32, R=2K$, 给定期望方向图函数 $F_0(\theta)$ 是一个非负的实函数, 它关于 θ 线对称, 且满足: $|\theta| \leq \theta_0, F_0(\theta) = 0; -\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0, F_0(\theta) = 1$. 仿真结果如图 4 所示. 可以看出, 综合后圆阵方向图的第一副瓣电平(大约 -23dB)要比前两种情况的第一副瓣高, 但波束的宽度要比前两种情况更窄一些. 总体来说, 第二种情况下综合后的方向图特性最为理想.

从以上简单分析可以看出, 选取期望方向图函数主要根据人们对综合后圆阵方向图特性的期望, 也就是根据综合后圆阵方向图特性的期望指标(如副瓣的高低、波束的宽窄等)来选取给定的方向图函数, 当然这一优化过程还有待于进一步探讨.

4 方向图零点约束综合

4.1 综合算法

零点约束综合就是在满足式(3)约束的情况下, 最小化 $D^2(a) = \|P(a) - P(a_0)\|^2$. 由于引入了傅立叶变换, 则 $D^2(a)$ 也要发生相应变换. 将式(7)代入并考虑 r_k 的正交性, 则 $D^2(a)$ 可进一步表示为:

$$D^2(a) = \sum_{k=1}^N |b^{(k)} - b_0^{(k)}|^2 = \|bc - bc_0\|^2 \quad (10)$$

其中 $\| \cdot \|$ 表示欧几里德范数. $bc = (b^{(1)}, \dots, b^{(N)})^T$ 和 $bc_0 = [b_0^{(1)}, \dots, b_0^{(N)}]^T$ 与 ac 和 ac_0 关系为:

$$b^{(k)} = r_k + a^{(k)} \quad k = 1, \dots, N \quad (11)$$

$$b_0^{(k)} = r_k + a_0^{(k)} \quad k = 1, \dots, N \quad (12)$$

由式(11)和式(7), 则式(3)可以表示为 $Bbc = 0$, 其中 $B = [B_{mk}] (m = 1, \dots, M; k = 1, \dots, N)$, $B_{mk} = r_k(\theta_m) / r_k +$. 所以, 零点约束综合问题就简化为最小化式(10), 同时满足约束 $Bbc = 0$. 该问题的解为 $bc_e = \delta I_N - B^+ B^H bc_0$, 其中 I_N 为 $N \times N$ 的单位阵, B^+ 是 $M \times N$ 阶矩阵 B 的广义逆. 既然 $M < N$ 个零点约束是相互独立的, 则矩阵 B 的秩是 M , 所以 $B^+ = B^H (BB^H)^{-1}$. 因此, 有:

$$bc_e = \delta I_N - B^H (BB^H)^{-1} B^H bc_0 \quad (13)$$

由式(13)求出 bc_e , 式(12)求出 ac_e , 最后由式(5)求出最优激励向量 a_e .

4.2 仿真分析

下面分几种情况对上述算法进行仿真验证分析.

(1) 条件同第三节第一种情况. 干扰源方位角分别为: $47^\circ, -45^\circ, -43^\circ, 43^\circ, 45^\circ, 47^\circ$. 仿真结果如图 5 所示. 可以看出, 综合后圆形阵列方向图的自适应零点深度是比较理想的. $N=16, R=K$ 时零点情况如图 6 所示.

(2) 条件同第三节第二种情况. 干扰源方位角同上. 仿真结果如图 7 所示. $N=16, R=K$ 时零点情况如图 8 所示. 总体上, 仍然是第二种情况效果较好.

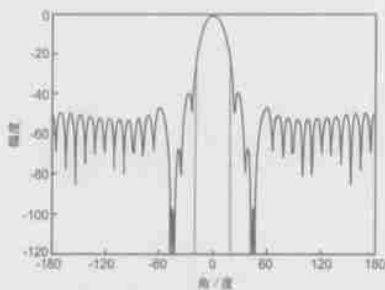


图 7 第(2)组条件仿真结果: ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图; ——表示给定的期望方向图

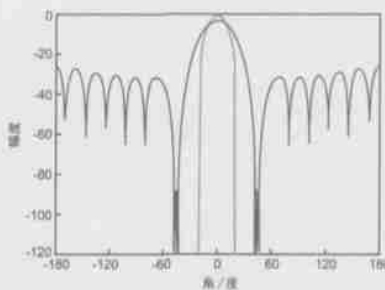


图 8 第(1)组条件中 $N=16, R=\lambda$ 时仿真结果: ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图; ——表示给定的期望方向图

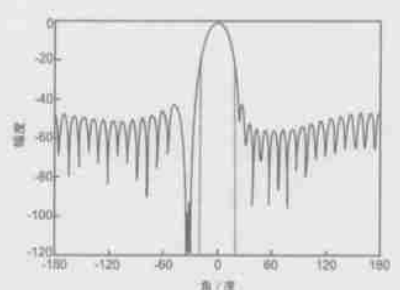


图 9 ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图, 零点分别为 $-42^\circ, -40^\circ, -38^\circ, -36^\circ$, 主波束指向 0° ; ——表示给定的期望方向图

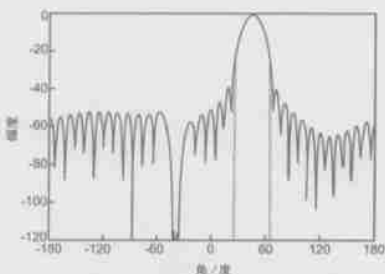


图 10 ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图, 零点分别为 $-42^\circ, -40^\circ, -38^\circ, -36^\circ$, 主波束指向 45° ; ——表示给定的期望方向图

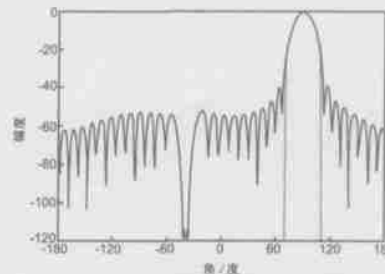


图 11 ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图, 零点分别为 $-42^\circ, -40^\circ, -38^\circ, -36^\circ$, 主波束指向 90° ; ——表示给定的期望方向图

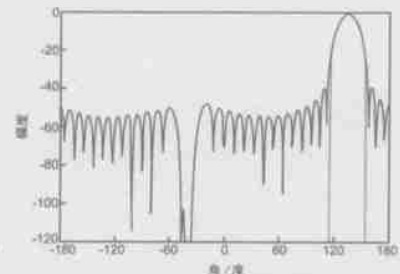


图 12 ——表示被综合后的圆形阵列自适应零点形成图, 零点分别为 $-42^\circ, -40^\circ, -38^\circ, -36^\circ$, 主波束指向 135° ; ——表示给定的期望方向图

5 方向图扫描

在阵列平面一个区域角度内, 通过非连续地改变阵元激励, 来近似一个理想的辐射方向图, 并在指定干扰方向上形成辐射方向图的零点. 这就实现了方向图的扫描. 具体做法与第四节类似, 只不过分别将 $r=1, \dots, L$ 代入(4)式即可.

仿真分析 条件同第四节第二种情况. 取 $L=13$, 存在 4 个干扰, 其方位角分别为 -42° 、 -40° 、 -38° 、 -36° . 仿真结果如图 9、10、11 和 12 所示, 分别对应方向图 $G_1(\angle)$ 、 $G_2(\angle)$ 、 $G_3(\angle)$ 和 $G_4(\angle)$. 可以看出, 随着主波束不断非连续移动, 实现了主波束的扫描, 但对干扰方向所形成的零点位置不变, 并且保持较深的零点深度.

6 结语

由于这种基于给定方向图的圆形阵列综合方法, 是一种既调节激励向量幅值又调节相位的方法, 因此它比单纯调节幅值或相位的方法更为有效, 其对圆形阵列特性的改善程度也就更加明显. 此外, 由于这种方法引入了傅立叶变换, 其零点及波束扫描综合要比直接代入求解方法更方便、简单. 当然, 如何科学合理地选取期望方向图函数还有待于进一步探

讨.

参考文献:

- [1] R Vescovo. Constrained and unconstrained synthesis of array factor for circular arrays [J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1995, 43(12): 1405- 1410.
- [2] R Vescovo. Pattern synthesis with null constraints for circular arrays of equally spaced isotropic elements [J]. IEE Proc 2Microw Antennas Propag., 1996, 143(2): 103- 106.
- [3] R Vescovo. Scanning circular array with null constraints on the radiation pattern [J]. Electronics Letters, 1996, 32(9): 790- 791.
- [4] John Litva, Titus Kwok2Yeung Lo. Digital beamforming in wireless communications [M]. Boston: Artech House, 1996.

作者简介:

刘先省 男, 1964 年生, 博士, 教授, 2001 年 2 月至 2003 年 9 月在北京理工大学信息与通信工程博士后流动站做研究工作, 中国电子学会高级会员, 主要研究领域为信息融合、阵列信号处理等. E2mail: liuxianxing@henu.edu.cn.

张连堂 男, 1957 年生, 副教授, 主要研究领域为信号处理, 计算机控制.